การประมาณค่าความไม่แน่นอนของการวัดโดยวิธีการจำลองมอนติคาร์โล

(Uncertainty of Measurement by Monte Carlo Simulation)

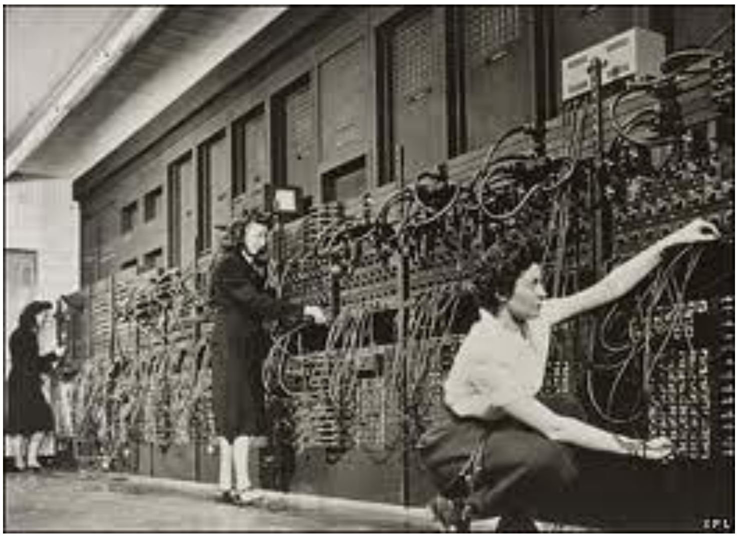
โดย พล.อ.ต. ดร. เพียร โตท่าโรง ที่ปรึกษาสมาคมมาตรวิทยาแห่งประเทศไทย

บทนำ

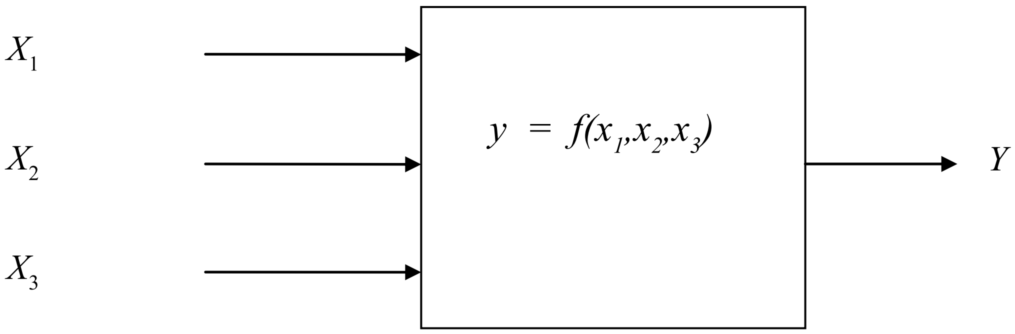
บทความฉบับนี้จะแสดงรายละเอียดการประยุกต์ใช้การจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation, MCS) ในการคำนวณหาค่าความไม่แน่นอนของการวัด โดยเริ่มจากหลักการของวิธีการจำลองมอนติคาร์โล การประยุกต์ใช้การจำลองมอนติคาร์โลกับการหาค่าความไม่แน่นอนของการวัด และเปรียบเทียบผลลัพธ์ของการหาค่าความไม่แน่นอนของการวัดโดยวิธีการจำลองมอนติคาร์โลกับผลลัพธ์จากการคำนวณโดยวิธีมาตรฐาน (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, GUM)

การจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation)

การจำลองมอนติคาร์โล เป็นวิธีการใช้ตัวเลขแบบสุ่ม (Random Numbers) เพื่อศึกษาคุณสมบัติเฉพาะต่างๆ ของระบบ จัดเป็นการจำลองระบบเชิงสถิติ (Stochastic Modeling) กล่าวคือ คุณลักษณะของระบบไม่สามารถนำมาเขียนเป็นสมาการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างครบถ้วนสมบูรณ์ (Non-deterministic System) ในปีค.ศ. 1946 ชื่อ Monte Carlo ถูกใช้เป็นชื่อเรียกโครงการลับโครงการหนึ่งที่มีจุดประสงค์เพื่อสร้างอาวุธนิวเคลียร์ของ Los Alamos National Laboratory, USA โดยโครงการดังกล่าวใช้เทคนิคการประยุกต์ใช้ตัวเลขแบบสุ่มในการศึกษาวิจัยปฏิกิริยานิวเคลียร์แนวคิดนี้ถูกนำเสนอโดย Stanislaw Ulam และมีเพื่อนร่วมงานชื่อ John von Neumann เป็นผู้คำนวณหาตัวเลขแบบสุ่มโดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์เครื่องแรกของโลกที่ชื่อ ENIAC ซึ่งสร้างแล้วเสร็จในปีเดียวกันตัวเลขแบบสุ่มที่สร้างขึ้นมาจะต้องมีรูปแบบของความน่าจะเป็นในการกระจายตัว (Probability Distribution Function) ตามคุณสมบัติของระบบที่จะทำการศึกษา ตัวอย่างเช่น ในการศึกษาผลของสัญญาณรบกวนในอุปกรณ์อิเลคทรอนิกส์สัญญาณรบกวนดังกล่าวจะมีลักษณะรูปแบบของความน่าจะเป็นในการกระจายตัวเป็นแบบ Gaussian หรือที่นิยมเรียกกันว่าการกระจายตัวแบบ Normal เป็นต้น



รูปที่ 1 เครื่องคอมพิวเตอร์แรกของโลกชื่อENIACใช้ในโครงการ Monte Carlo



รูปที่ 2 แสดงบล็อกไดอะแกรมของระบบที่มีข้อมูลขาเข้า 3 ตัวแปร

ในการจำลองระบบโดยวิธีมอนติคาร์โลกับระบบในรูปที่ 2 จะทำการสร้างตัวเลขแบบสุ่มที่มีความน่าจะเป็นของการกระจายตัว (Probability Distribution) ที่สอดคล้องกับตัวแปรของระบบอันได้แก่ (x_1, x_2, x_3) ขึ้นมาครั้งละหนึ่งชุดเป็นข้อมูลขาเข้าระบบ (Input) ผลลัพธ์ข้อมูลขาออก(Output) ของระบบหาได้จากสมาการ $y = f(x_1, x_2, x_3)$ บันทึกผลลัพธ์เก็บไว้เรียกว่าเป็นการจำลองระบบ 1 ครั้ง (1 trial) ทำการจำลองระบบตามขั้นตอนที่กล่าวนี้ หลายๆ ครั้ง ประมาณมากกว่า 100,000 ครั้งนำผลลัพธ์ของการจำลองระบบนี้มาเขียนเป็นกราฟ จะได้ลักษณะการกระจายตัวของผลลัพธ์ตลอดจนค่าสถิติต่างๆ ของผลลัพธ์อันได้แก่ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าตัวเลขขอบเขตช่วงกว้างที่ครอบคลุม 95% ของผลลัพธ์ (95% confidence level)

<u>การหาค่าความไม่แน่นอนของการวัดด้วยวิธีการจำลองมอนติคาร์โล</u>

จากระบบในรูปที่ 2 สามารถประเมินค่าความไม่แน่นอนของการวัดด้วยวิธีการจำลองมอนติคาร์โลได้ดังต่อไปนี้

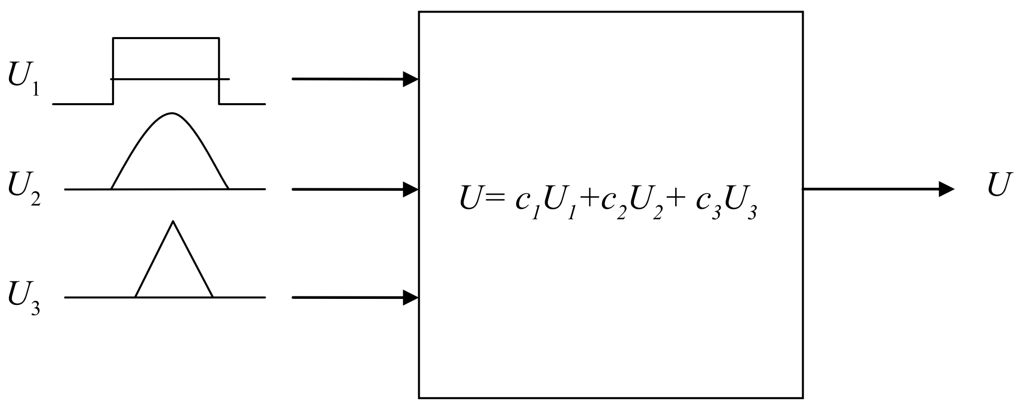
จากสมาการระบบ $y = f(x_1,x_2,x_3)$ เมื่อค่าของตัวแปรข้อมูลขาเข้ามีการเปลี่ยนแปลง $(\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3)$ จะทำให้ค่าข้อมูลขาออกจะเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย (Δy) เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\Delta_y = \frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta x_2 + \frac{\partial f}{\partial x_3}\Delta x_3$$

$$\Delta_y = c_1\Delta x_1 + c_2\Delta x_2 + c_3\Delta x_3$$

โดยที่ $c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$ คือการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลขาออกเมื่อข้อมูลขาเข้า x_i มีการเปลี่ยนแปลง มีชื่อเรียกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความไวต่อการเปลี่ยนแปลง (Sensitivity Coefficient) ในการประเมินค่าความไม่แน่นอนของการวัดของระบบด้วยวิธีการจำลองมอนติคาร์โลค่าของตัวแปรข้อมูลขาเข้าระบบ (System Input) ได้แก่ตัวเลขแบบสุ่ม (Random Numbers) ที่มีรูปแบบลักษณะความน่าจะเป็นของการกระจายตัวเช่นเดียวกันกับรูปแบบลักษณะความน่าจะเป็นของการกระจายตัวของความไม่แน่นอนของการวัดของตัวแปรข้อมูลขาเข้าระบบ ที่เป็นไปตามคุณลักษณะเฉพาะของแหล่งกำเนิดความไม่แน่นอน (Uncertainty Sources) ของตัวแปรขาเข้านั้นๆผลลัพธ์ข้อมูลขาออกของระบบ (System Output) ที่ได้ก็คือค่าความไม่แน่นอนของการวัดของระบบ (System Measurement Uncertainty) ถ้าค่าความไม่แน่นอนของการวัดของตัวแปร (u_i) ที่เป็นข้อมูลขาเข้าของระบบในรูปที่ 2 มีรูปแบบความน่าจะเป็นของการกระจายตัวเป็นแบบ Square Distribution Normal Distribution และ Triangular Distribution ตามลำดับ

ดังนั้น รูปแบบความน่าจะเป็นของการกระจายตัวของค่าความไม่แน่นอนของการวัดของระบบ (u) สามารถหาได้จากบล็อกไดอะแกรมในรูปที่ 3



รูปที่ 3 บล็อกไดอะแกรมของการหาค่าความไม่แน่นอนของการวัดด้วยวิธีมอนติคาร์โล

ค่าความไม่แน่นอนของการวัดของระบบสามารถหาได้จากการกระจายตัวของข้อมูลขาออก กล่าวคือ ค่าความไม่แน่นนอนของการวัดที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ก็คือช่วงกว้างของข้อมูลขาออก (Output Interval) ที่ 95% ของข้อมูลขาออก มีค่าอยู่ในช่วงกว้างตัวเลขดังกล่าวนี้

หมายเหตุ จะสังเกตเห็นได้ว่าในการหาค่าความไม่แน่นอนของการวัดของระบบ ค่า Sensitivity Coefficients ของตัวแปรขาเข้า จะมีบทบาทสำคัญมากตัวหนึ่ง ซึ่งขึ้นอยู่กับประเภทของระบบ ถ้าระบบเป็นประเภท ระบบเชิงเส้น (Linear System) สมาการระบบจะเป็นสมาการเชิงเส้น ซึ่งเป็นสมาการของผลบวก/ผลลบของค่าคงที่คูณกับตัวแปรขาเข้า ค่า Sensitivity Coefficients ก็คือค่าคงที่ต่างๆ ที่คูณอยู่กับตัวแปรขาเข้า ถ้าระบบไม่ได้เป็นระบบเชิงเส้น (Non Linear System) สมาการของระบบจะเป็นสมการของผลคูณ/ผลหารหรือยกกำลังของตัวแปรขาเข้า ในกรณีนี้ค่า Sensitivity Coefficients ก็คือผลคูณ/หารของตัวแปรขาเข้า

<u>ตัวอย่างการหาค่าความไม่แน่นอนของการวัดด้วยวิธีมอนติคาร์โลเปรียบเทียบกับการคำนวณด้วยวิธีมาตรฐาน(GUM)</u>

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> การใช้โอห์มมิเตอร์วัดค่าความต้านทาน จากใบรับรองการสอบเทียบค่าความไม่แน่นอนของการวัดของโอห์มมิเตอร์มีค่า ± 0.2 mΩ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ผลลัพธ์ของการวัดจำนวน 10 ครั้ง มีค่า

R(mΩ)	9.4	9.1	9.4	9.8	9.7	9.4	9.8	9.7	9.4	9.4

การคำนวณความไม่แน่นอนของการวัดด้วยวิธีมาตรฐาน ดังนี้

1. สมาการระบบการวัด

$$R_0 = R + \Delta R_m$$

โดยที่ R_0 = ผลลัพธ์ของการวัดค่าความต้านทาน
R = ค่าความต้านทานที่อ่านได้จากโอห์มมิเตอร์
ΔR_m = ค่าความไม่แน่นอนของการวัดของโอห์มมิเตอร์

2. การหาค่าความไม่แน่นอนของการวัด Type A , u_1

$$u_1 = \frac{s(R)}{\sqrt{n}}$$

โดยที่ s(R) = ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความต้านทาน (R)
n = จำนวนครั้งของการวัด

จากข้อมูลการวัด 10 ครั้งคำนวณหาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานได้ค่า 0.522 mΩ แทนค่าในสมการข้างต้นดังนั้น

$$u_1 = \frac{s(R)}{\sqrt{n}} = \frac{0.522}{\sqrt{10}} = 0.165 \text{ m}\Omega$$

โดยที่ degree of freedom มีค่าเท่ากับ 9

3. คำนวณหาค่าความไม่แน่นอนของการวัด Type B

ความไม่แน่นอนของการวัดจากใบรับรองการสอบเทียบโอห์มมิเตอร์มีค่า ±0.2 mΩ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% (k = 2) ดังนั้นค่าความไม่แน่นอนของการวัดมาตรฐาน (Standard Uncertainty), u_2 จากใบรับรองการสอบเทียบมีค่า

$$u_2 = \frac{0.2}{2} = 0.1 \text{ m}\Omega$$

โดยที่ degree of freedom มีค่าเท่ากับค่าอนันต์

4. คำนวณหาค่าความไม่แน่นอนรวม (Combined Standard Uncertainty), u_C

$$u_C = \sqrt{{c_1}^2\,{u_{a1}}^2 + {c_2}^2\,{u_2}^2}$$

จากสมการระบบการวัดข้างต้น จะหาค่า sensitivity coefficients, c_1 , c_2 ได้โดยมีค่าเท่ากับ 1 ดังนั้น

$$u_C = \sqrt{0.165^2 + 0.1^2} = 0.193 \text{ m}\Omega$$

5. คำนวณวณหาค่า Effective Degrees of Freedom, v_{eff}

สามารถหาได้โดยใช้สมการ *Welch-Satterthwaite* ดังนี้

$$v_{eff} = \frac{0.193^4}{\frac{0.165^4}{9} + \frac{0.1^4}{\infty}} \approx 17$$

6. คำนวณหาค่าความไม่แน่นอนขยาย (Expanded Uncertainty), U

ใช้ค่า effective degrees of freedom, v_{eff} = 17, หาค่า coverage factor, k จากตาราง Student's t ได้ค่า k = 2.17 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ดังนี้

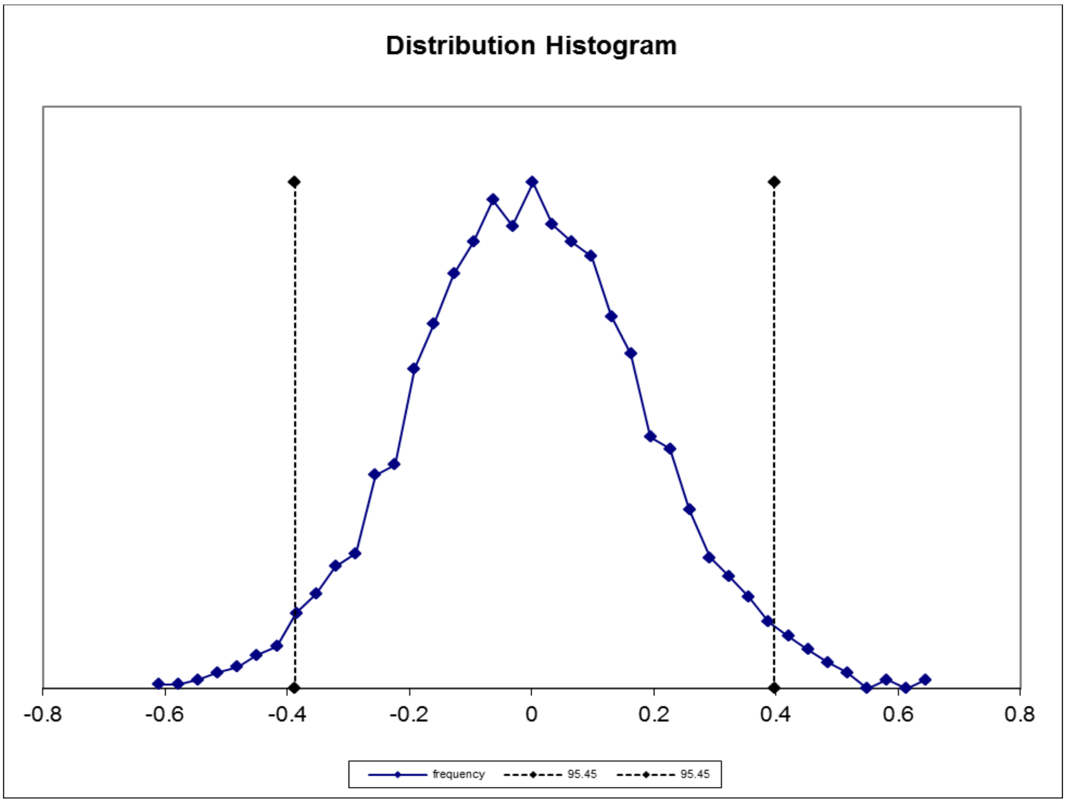
$$U = k\ u_C = 2.17 \times 0.193 = 0.419 \text{ m}\Omega$$

7. การรายงานผลการวัดค่าความต้านทาน

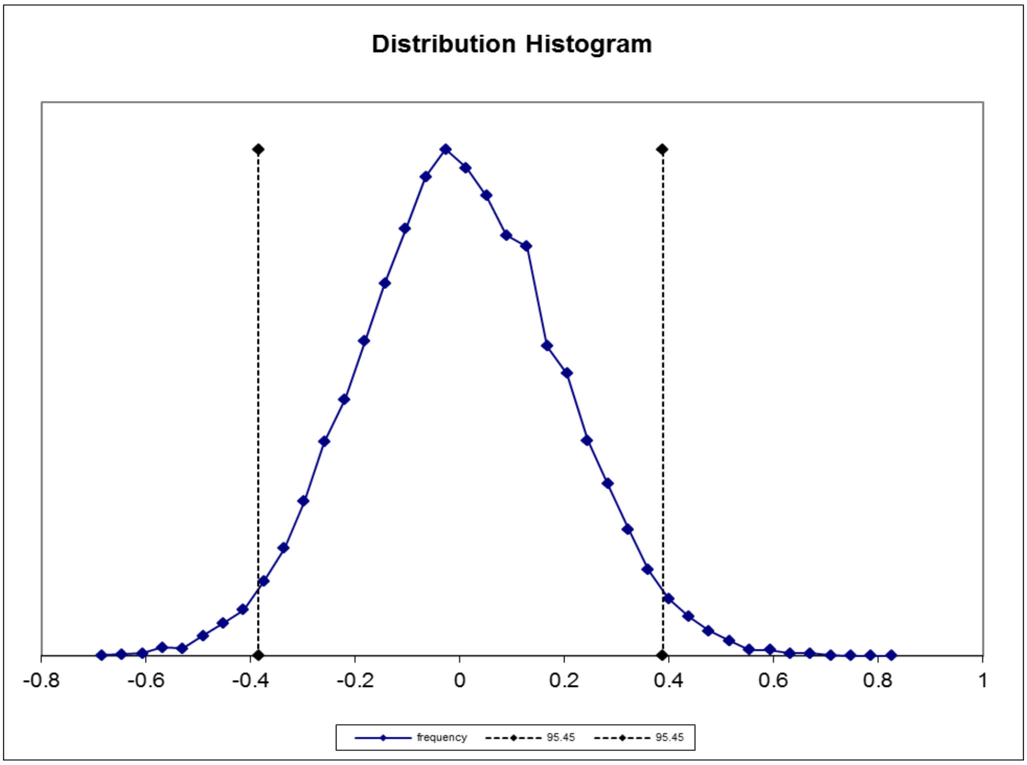
จากข้อมูลการอ่านความต้านทาน 10 ครั้ง หาค่าเฉลี่ยได้เท่ากับ 9.51 mΩ ดังนั้นผลลัพธ์ของการวัดอุณหภูมิตู้อบได้เท่ากับ

R_0 = 9.51 ± 0.419 mΩ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

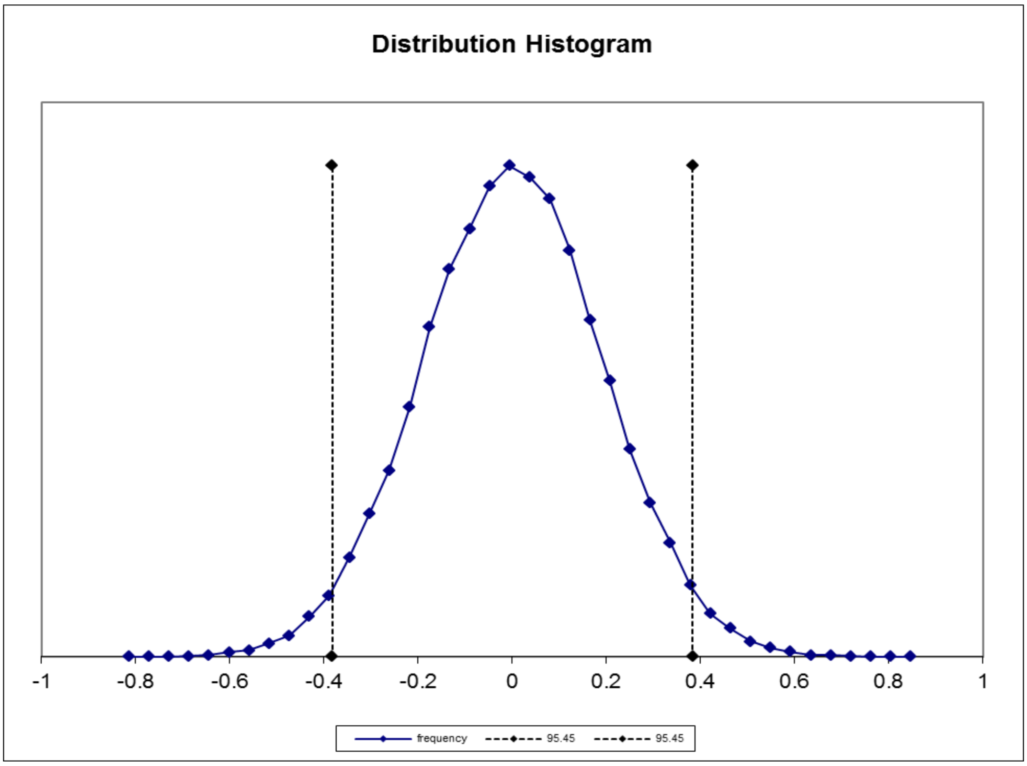
รูปที่ 4-7 แสดงผลลัพธ์ของการหาค่าความไม่แน่นอนของการวัดด้วยวิธีการจำลองระบบมอนติคาร์โล จำนวน 5,000 ครั้ง 20,000 ครั้ง 50,000 ครั้ง และ 200,000 ครั้ง ตามลำดับ *จะเห็นได้ว่าผลลัพธ์จากการจำลองมอนติคาร์โล มีค่าใกล้เคียงกับวิธีการคำนวณมาตรฐานตาม* GUM และเมื่อจำนวนครั้งของการจำลองมากขึ้นรูปแบบของการกระจายตัวจะเป็นแบบ Normal Distribution



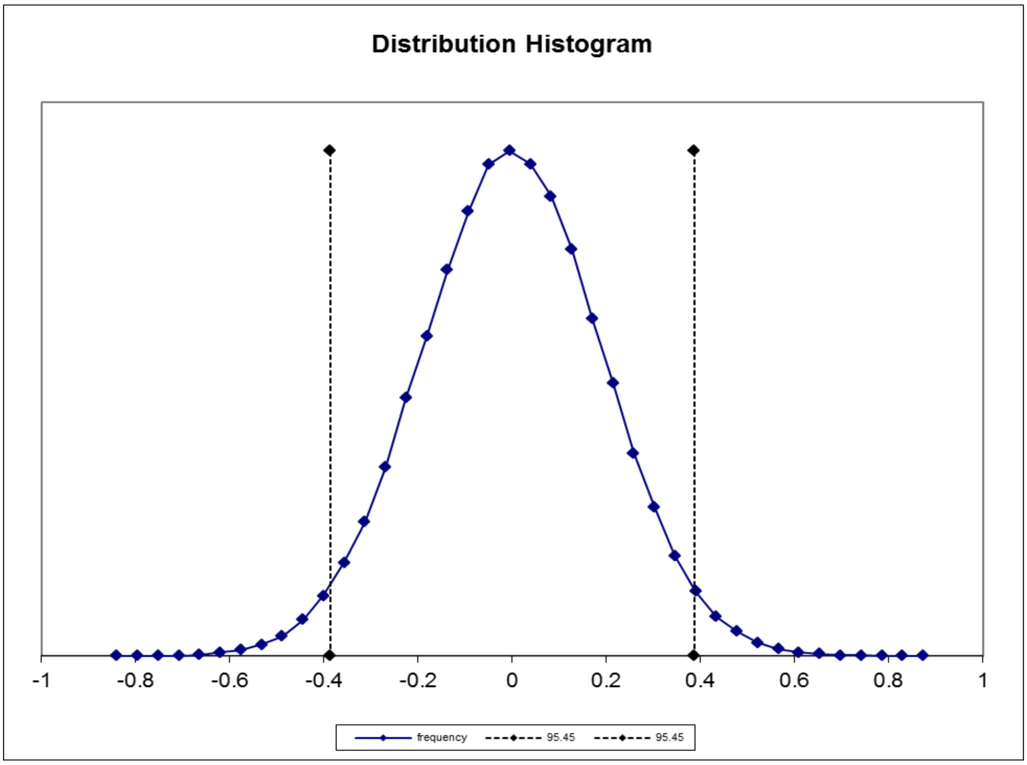
รูปที่ 4 ผลลัพธ์ตัวอย่างที่ 1 การจำลองมอนติคาร์โล 5,000 ครั้ง ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%
ค่าความไม่แน่นอนของการวัดอยู่ในช่วง -0.39 ถึง 0.40



รูปที่ 5 ผลลัพธ์ตัวอย่างที่ 1 การจำลองมอนติคาร์โล 20,000 ครั้ง ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ค่าความไม่แน่นอนของการวัดอยู่ในช่วง -0.38 ถึง 0.39



รูปที่ 6 ผลลัพธ์ตัวอย่างที่ 1 การจำลองมอนติคาร์โล 50,000 ครั้ง ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ค่าความไม่แน่นอนของการวัดอยู่ในช่วง -0.38 ถึง 0.38



รูปที่ 7 ผลลัพธ์ตัวอย่างที่ 1 การจำลองมอนติคาร์โล 200,000 ครั้ง
ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ค่าความไม่แน่นอนของการวัดอยู่ในช่วง -0.39 ถึง 0.39

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> ดิจิติลเทอร์โมมิเตอร์ที่มี Thermocouple Type K เป็นตัววัดอุณหภูมิ นำมาใช้วัดอุณหภูมิของตู้อบ โดยตั้งค่าอุณหภูมิตู้อบไว้ที่ 400 °C รายละเอียดลักษณะเฉพาะ (Specification) ของเทอร์โมมิเตอร์ มีดังนี้

1) Digital thermometer accuracy = ± 0.6 °C
2) Thermocouple temperature correction ที่ 400 °C มีค่า 0.5 ± 1.0 °C ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%
3) Thermocouple immersion deviation = ± 0.1 °C
4) Thermocouple drift deviation = ± 0.2 °C

ทำการวัดอุณหภูมิจำนวน 10 ครั้ง ดังนี้

t (°C)	400.1	400.0	400.1	399.9	399.9	400.0	400.1	400.2	400.0	399.9

การคำนวณค่าความไม่แน่นอนของการวัดด้วยวิธีการมาตรฐาน ดังนี้

1. สมาการระบบการวัด

$$t_0 = t + \Delta t_m + \Delta t_{tc} + \Delta t_{imm} + \Delta t_{drift}$$

โดยที่ t_0 = ผลลัพธ์ของการวัดค่าอุณหภูมิ

t = ค่าอุณหภูมิที่อ่านได้จากเทอร์โมมิเตอร์

Δt_m = Digital Thermometer Accuracy

Δt_{tc} = Thermocouple Temperature Correction

Δt_{imm} = Thermocouple Immersion Deviation

Δt_{drift} = Thermocouple Drift Deviation

2. การหาค่าความไม่แน่นอนของการวัด Type A , u_1

$$u_1 = \frac{s(t)}{\sqrt{n}}$$

โดยที่ $s(t)$ = ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าอุณหภูมิ (t)

n = จำนวนครั้งของการวัด

จากข้อมูลการวัด 10 ครั้งคำนวณหาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานได้ค่า 0.103 °C แทนค่าในสมาการข้างต้นดังนั้น

$$u_1 = \frac{s(t)}{\sqrt{n}} = \frac{0.103}{\sqrt{10}} = 0.033 \text{ °C}$$

โดยที่ degree of freedom มีค่าเท่ากับ 9

3. คำนวณหาค่าความไม่แน่นอนของการวัด Type B

3.1 ความไม่แน่นอนของการวัดเนื่องจากลักษณะเฉพาะ (Accuracy) ของเทอร์โมมิเตอร์มีค่า ± 0.6 °C โดยมีรูปแบบของการกระจายเป็นชนิด Rectangular Distribution ดังนั้นค่าความไม่แน่นอนของการวัดมาตรฐาน (Standard Uncertainty), U_2 เนื่องจาก Accuracy ของเทอร์โมมิเตอร์ มีค่า

$$u_2 = \frac{0.6}{\sqrt{3}} = 0.346 \text{ °C}$$

โดยที่ degree of freedom มีค่าเท่ากับค่าอนันต์

3.2 ความไม่แน่นอนของการวัดเนื่องจาก Thermocouple Temperature Correction มีค่า 0.5 ± 1.0 °C ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ดังนั้น ค่าความไม่แน่นอนของการวัดมาตรฐานเนื่องจาก Thermocouple temperature Correction, u_3 จะมีค่าเท่ากับ

$$u_3 = \frac{1.0}{2} = 0.5\ °\mathrm{C}$$

โดยที่ degree of freedom มีค่าเท่ากับค่าอนันต์

3.3 ความไม่แน่นอนของการวัดเนื่องจาก Thermocouple drift deviation มีค่า ± 0.2 °C ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ดังนั้น ค่าความไม่แน่นอนของการวัดมาตรฐานเนื่องจาก Thermocouple drift deviation, U_3 จะมีค่าเท่ากับ

$$u_4 = \frac{0.2}{\sqrt{3}} = 0.115\ °\mathrm{C}$$

โดยที่ degree of freedom มีค่าเท่ากับ ค่าอนันต์

3.4 ความไม่แน่นอนของการวัดเนื่องจาก Thermocouple immersion deviation มีค่า ± 0.1 °C โดยที่มีรูปแบบการกระจายเป็นชนิด Rectangular Distribution ดังนั้นค่าความไม่แน่นอนของการวัดมาตรฐานเนื่องจาก Thermocouple immersion deviation, u_4 จะมีค่าเท่ากับ

$$u_5 = \frac{0.1}{\sqrt{3}} = 0.058\ °\mathrm{C}$$

โดยที่ degree of freedom มีค่าเท่ากับ ค่าอนันต์

4. คำนวณหาค่าความไม่แน่นอนรวม (Combined Standard Uncertainty), u_C

$$u_C = \sqrt{{c_1}^2{u_{1a}}^2 + {c_2}^2{u_2}^2 + {c_3}^2{u_3}^2 + {c_4}^2{u_4}^2 + {c_5}^2{u_5}^2}$$

จากสมการระบบการวัดข้างต้น จะหาค่า sensitivity coefficients, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 ได้โดยมีค่าเท่ากับ 1 ดังนั้น

$$u_C = \sqrt{0.033^2 + 0.346^2 + 0.5^2 + 0.115^2 + 0.058^2} = 0.705$$

5. คำนวณหาค่า Effective Degrees of Freedom, v_{eff}

สามารถคำนวณหาได้โดยใช้สมการ *Welch-Satterthwaite* ผลลัพธ์ค่า effective degree of freedom, v_{eff} มีค่าเท่ากับ ค่าอนันต์

6. คำนวณหาค่าความไม่แน่นอนขยาย (Expanded Uncertainty), U ใช้ค่า effective degrees of freedom, $v_{eff} = \infty$, หาค่า coverage factor, k จากตาราง Student's t ได้ค่า $k = 2$ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ดังนี้

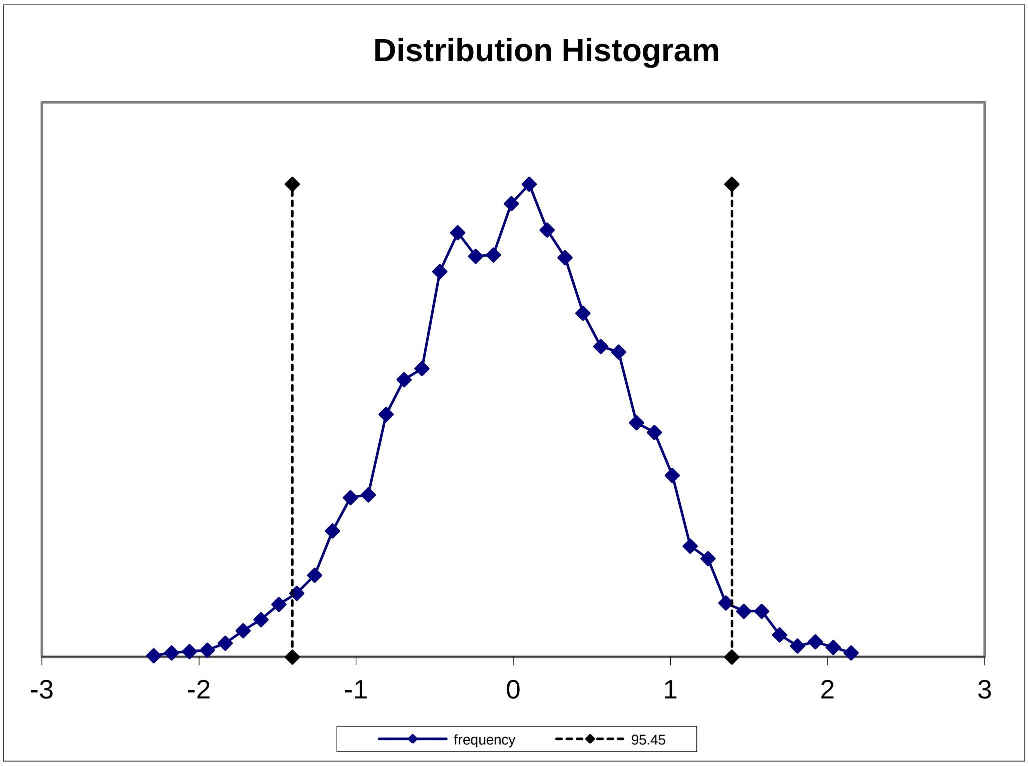
$$U = k\ u_C = 2 \times 0.705 = 1.41\ °C$$

7. การรายงานผลการวัดอุณหภูมิ

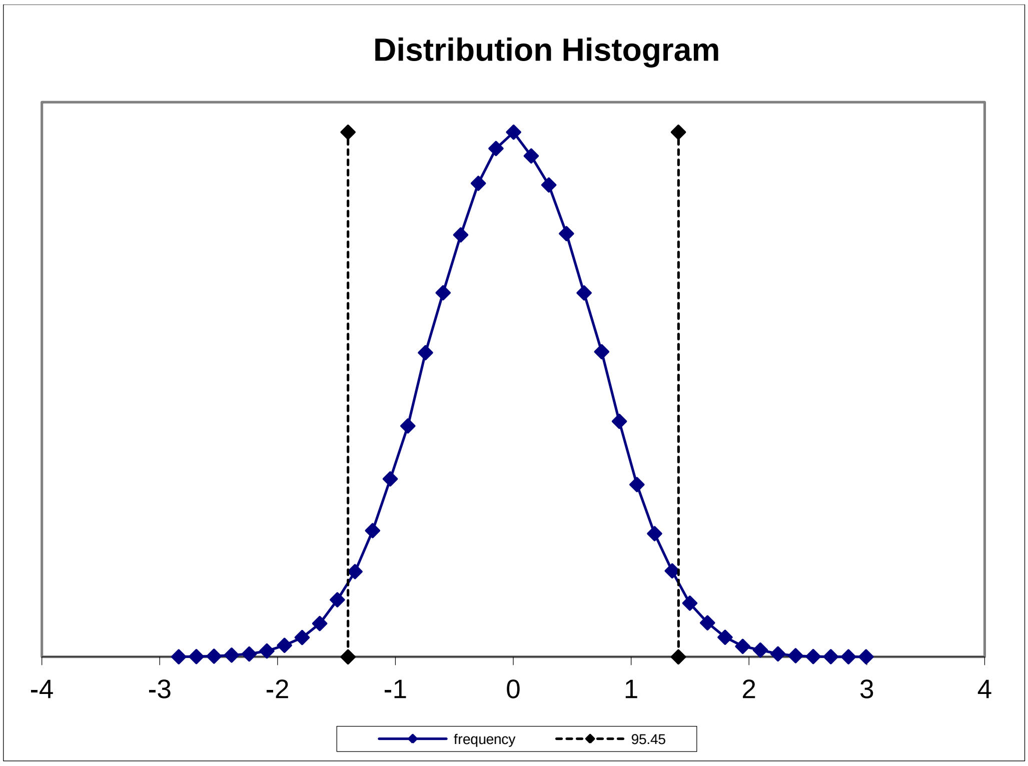
จากข้อมูลการอ่านอุณหภูมิ 10 ครั้ง หาค่าเฉลี่ยได้เท่ากับ 400.02 °C ดังนั้นผลลัพธ์ของการวัดอุณหภูมิตู้อบได้เท่ากับ

$$t_0 = (400.02 + 0.5) \pm 1.41\ °C = 400.52 \pm 1.41\ °C$$ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

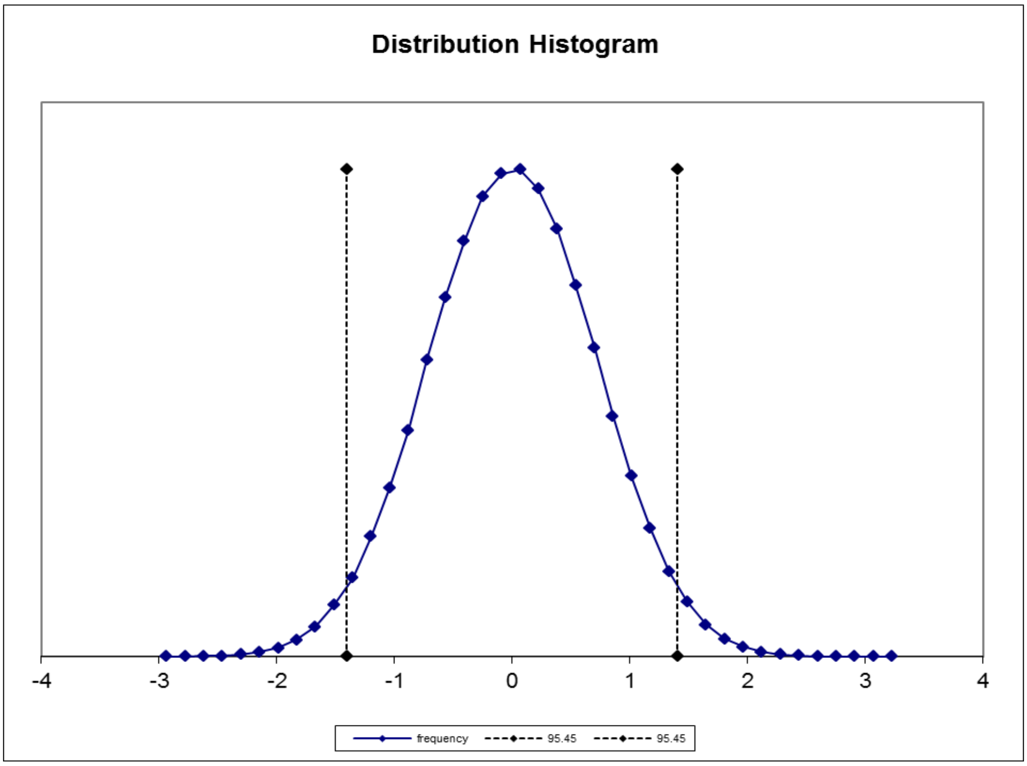
รูปที่ 8-10 แสดงผลลัพธ์ของการหาค่าความไม่แน่นอนของการวัดด้วยวิธีการจำลองระบบมอนติคาร์โล จำนวน 5,000 ครั้ง 100,000 ครั้ง และ 200,000 ครั้ง ตามลำดับ *จะเห็นได้ว่าผลลัพธ์จากการจำลองมอนติคาร์โล มีค่าใกล้เคียงกับวิธีการคำนวณมาตรฐานตาม GUM* และเมื่อจำนวนครั้งของการจำลองมากขึ้นรูปแบบของการกระจายตัวจะเป็นแบบ Normal Distribution



รูปที่ 8 ผลลัพธ์ตัวอย่างที่ 2 การจำลองมอนติคาร์โล 5,000 ครั้ง ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%
ค่าความไม่แน่นอนของการวัดอยู่ในช่วง -1.41 ถึง 1.39



รูปที่ 9 ผลลัพธ์ตัวอย่างที่ 2 การจำลองมอนติคาร์โล 100,000 ครั้ง ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ค่าความไม่แน่นอนของการวัดอยู่ในช่วง -1.40 ถึง 1.40



รูปที่ 10 ผลลัพธ์ตัวอย่างที่ 2 การจำลองมอนติคาร์โล 200,000 ครั้ง ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ค่าความไม่แน่นอนของการวัดอยู่ในช่วง -1.41 ถึง 1.40

สรุป

บทความฉบับนี้ได้กล่าวถึงหลักการของการหาค่าความไม่แน่นอนของการวัดโดยวิธีการจำลองมอนติคาร์โล *(Monte Carlo Simulation)* ได้แสดงตัวอย่างของการคำนวณหาค่าความไม่แน่นอนของการวัดด้วยวิธีมาตรฐานตาม *GUM* และเปรียบเทียบผลกับวิธีการจำลองมอนติคาร์โล ผลลัพธ์ที่ได้มีค่าใกล้เคียงกันมาก ดังนั้นวิธีการจำลองมอนติคาร์โลสามารถใช้ตรวจเช็คยืนยันความถูกต้องของผลลัพธ์ที่คำนวณหาด้วยวิธีการมาตรฐาน หรือในกรณีที่สมการระบบการวัดมีความสลับซับซ้อน การหาค่าความไม่แน่นอนของการวัดด้วยวิธีการจำลองมอนติคาร์โลจะเป็นทางเลือกที่สะดวกและได้ผลลัพธ์ที่เชื่อมั่นได้

เอกสารอ้างอิง

1. ISO Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, 1995
2. Singapore Accreditation Council, Technical Guide 1: Guideline on the Evaluation and Expression of Measurement Uncertainty, 2nd Edition, 2001
3. Singapore Accreditation Council, Guidance Note EL001: Guideline on the Evaluation and Expression of Measurement Uncertainty for Electrical Testing Field, May 2002
4. John Hurll, เอกสารประกอบการบรรยายเรื่อง Uncertainty of Measurement from Basic to Advanced Practice จัดโดยสมาคมมาตรวิทยาแห่งประเทศไทย พ.ศ. 2557

ประกาศเกียรติคุณ

ผู้เขียนขอขอบคุณ Mr. John Hurll อดีตผู้ประเมินระบบคุณภาพ *ISO 17025* จาก UKAS ประเทศสหราชอาณาจักร ที่ได้มอบโปรแกรมคำนวณหาค่าความไม่แน่นอนของการวัดด้วยวิธีการจำลองระบบมอนติคาร์โลให้แก่สมาคมมาตรวิทยาแห่งประเทศไทย ซึ่งผู้เขียนได้ใช้ในการคำนวณหาค่าความไม่แน่นอนของการวัดที่ปรากฏในตัวอย่างของบทความนี้